

**Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финуниверситет)**

**Владикавказский филиал Финуниверситета**

**Кафедра «Математика и информатика»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор филиала

Т.А. Хубаев

2026 г.



А.М. Кумаритов

**Теория вероятностей и математическая статистика**

**Рабочая программа дисциплины**

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

09.03.04 Программная инженерия,

ОП «Технологии разработки программного обеспечения»

*Рекомендовано Ученым советом Владикавказского филиала  
Финансового университета*

*(протокол от « 15 » апреля 2026 г. № 30)*

*Одобрено на заседании кафедры «Математика и информатика»*

*(протокол от « 10 » апреля 2026 г. № 8 )*

Владикавказ 2026

## Содержание

1. Наименование дисциплины.....	3
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	3
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся .....	4
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий .....	4
5.1. Содержание дисциплины .....	4
5.2. Учебно-тематический план .....	10
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	11
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	14
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы .....	14
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю .....	15
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	26
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	41
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	42
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	42
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем .....	48
11.1 Комплект лицензионного программного обеспечения .....	48
11.2 Современные профессиональные базы данных, и информационные справочные системы .....	48
11.3 Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации .....	49
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	49

## 1. Наименование дисциплины

«Теория вероятностей и математическая статистика».

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> основные понятия теории вероятностей и математической статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистические методы. <b>Уметь:</b> использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональных задач.
		2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> принципы решения задач в области программной инженерии с использованием инструментария электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica, а также особенности реализации исследований по данной теме. <b>Уметь:</b> использовать инструментарий электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica для решения задач в области программной инженерии, а также особенности реализации исследований по данной.
		3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.	<b>Знать:</b> основные профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных. <b>Уметь:</b> использовать профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных.

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является дисциплиной Цикла математики и информатики обязательной части учебного плана образовательной программы «Технологии разработки программного обеспечения» по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, профиль «Технологии разработки программного обеспечения».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 2 (в часах)	Семестр 3 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	9/324	144	180
<i>Контактная работа - Аудиторные занятия</i>	<i>136</i>	<i>68</i>	<i>68</i>
<i>Лекции</i>	<i>32</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>104</i>	<i>52</i>	<i>52</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>188</i>	<i>76</i>	<i>112</i>
Вид текущего контроля	Контрольная работа, контрольная работа	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет, экзамен	зачет	экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

#### 5.1. Содержание дисциплины

##### Часть 1 – Теория вероятностей

##### Раздел 1 – Элементарная теория вероятностей

## **Тема 1. Основы комбинаторики. Элементарные определения вероятностей**

Введение в теорию вероятностей. Правила сложения и умножения. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Основные конфигурации комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки. Интуитивные понятия случайного события и вероятности. Классический способ подсчета вероятностей. Геометрические вероятности.

## **Тема 2. Конечное вероятностное пространство**

Конечное пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в конечном пространстве элементарных событий. Класс всех подмножеств конечного пространства элементарных событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство (модель). Свойства вероятности (монотонность, формула включений-исключений, конечная полуаддитивность). Классическая модель на примере задачи об отсутствии неподвижных точек случайной перестановки.

## **Тема 3. Условные вероятности и независимость событий**

Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.

Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Построение модели для схемы Бернулли. Связь интуитивной независимости испытаний и стохастической независимости в модели Бернулли. Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли.

## **Раздел 2 – Случайные величины и векторы**

### **Тема 4. Вероятностное пространство (общий случай). Случайные величины и функции распределения.**

Алгебры и сигма-алгебры. Измеримое пространство. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебрах. Общее определение вероятностного пространства. Дополнительные свойства (критерии) счетно-аддитивных мер: счетная полуаддитивность и непрерывность в нуле. Борелевская сигма-

алгебра на вещественной прямой. Случайная величина как измеримая функция на пространстве элементарных событий. Распределение случайной величины как мера на прямой. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения. Основные числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, моменты, дисперсия, стандартное отклонение, асимметрия, эксцесс, квантили, медиана, мода. Свойства математического ожидания, дисперсии.

### **Тема 5. Дискретные и абсолютно-непрерывные случайные величины**

Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами. Некоторые дискретные распределения (Бернулли, биномиальное, равновероятное, геометрическое, пуассоновское). Пример неступенчатой дискретной функции распределения.

Математическое ожидание дискретной случайной величины и функции от нее.

Случайные векторы. Независимость дискретных случайных величин. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Распределение дискретного случайного вектора и его компонент. Числовые характеристики случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции. Функции от одной или нескольких случайных величин. Арифметические операции над случайными величинами.

Мера Лебега на вещественной прямой. Абсолютно непрерывные случайные величины (НСВ). Свойства функции распределения и плотности. Некоторые АН распределения (равномерное на отрезке, показательное, гамма-распределение, нормальное, логнормальное, Коши).

Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно-непрерывным распределением.

### **Раздел 3. Предельные теоремы**

#### **Тема 6. Виды сходимости и предельные теоремы**

Неравенства Маркова и Чебышёва. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, почти, наверное, в среднем и среднем квадратичном, по распределению.

Законы больших чисел Чебышева и Бернулли. Усиленный ЗБЧ Колмогорова. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных слагаемых. Роль нормального закона в приложениях теории вероятностей. Теорема Муавра-Лапласа и Теорема Пуассона для схемы Бернулли.

### **Часть 2 – Математическая статистика**

#### **Раздел 1 – Оценки параметров**

##### **Тема 7. Выборочный метод**

Основные задачи математической статистики. Выборка, эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения, выборочные характеристики, вариационный ряд. Гистограмма. Сходимость выборочных характеристик к теоретическим. Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими.

Использование электронных таблиц и библиотек *numpy*, *scipy.stats*, *matplotlib*, *statsmodels* для моделирования выборок, вычисления выборочных и теоретических характеристик и построения эмпирической функции распределения и гистограммы.

##### **Тема 8. Точечные оценки параметров распределения**

Понятие статистики, точечной оценки. Свойства точечных оценок: несмещенность, асимптотическая несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность и асимптотическая нормальность. Несмещенная оценка дисперсии. Достаточное условие состоятельности. Состоятельность асимптотически нормальной оценки.

Методы построения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Оптимальные оценки.

Информационное количество Фишера. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.

## **Тема 9. Интервальные оценки параметров нормального распределения**

Понятие доверительного интервала, точный доверительный интервал. Распределения хи-квадрат, Стюдента и Фишера. Лемма и теорема Фишера. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал для вероятности. Выборочный коэффициент корреляции.

## **Раздел 2. Проверка статистических гипотез**

### **Тема 10. Статистические гипотезы. Проверка параметрических гипотез**

Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез, статистический критерий, статистика критерия, критическая область. Общая схема проверки гипотезы. Ошибки I и II рода, уровень значимости, мощность. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.

Случай двух простых гипотез о математическом ожидании нормальной выборки. Состоятельность критерия. Замечание об объеме выборки. Одновыборочные критерии для математического ожидания и дисперсии нормальных выборок и значения вероятности для выборки из распределения Бернулли. Двухвыборочные критерии для параметров нормальных выборок (сравнение средних при повторных измерениях, равенство дисперсий, сравнение средних при известных, неизвестных равных и неизвестных неравных дисперсиях, сравнение вероятностей успеха в двух сериях испытаний Бернулли). Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции Пирсона.

Использование электронных таблиц и библиотеки *scipy.stats* для проверки гипотез.

### **Тема 11. Критерии согласия**



Критерий согласия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для дискретного распределения с конечным или счетным числом атомов. Теорема Пирсона. Состоятельность критерия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для непрерывного распределения. Случай сложной гипотезы для нормального распределения, геометрического и распределения Пуассона.

Использование электронных таблиц и библиотеки *scipy.stats* для проверки гипотез согласия.

### **Раздел 3. Статистический анализ зависимостей**

#### **Тема 12. Условные распределения**

Условные распределения и условные математические ожидания для дискретных распределений. Формула полного математического ожидания. Условная дисперсия и формула полной дисперсии.

Условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно-непрерывного распределения.

#### **Тема 13. Дисперсионный анализ Фишера (ANOVA)**

Модель однофакторного дисперсионного анализа. Факторы. Полная, факторная и остаточная дисперсия. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.

Использование электронных таблиц и библиотек *scipy.stats* и *statsmodels* для проведения дисперсионного анализа.

#### **Тема 14. Непараметрические критерии независимости**

Разделение изученных методов на параметрические и непараметрические. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена, критерий значимости. Точный тест Фишера, история метода. Критерий независимости хи-квадрат как специальный случай критерия согласия для сложной гипотезы.

#### **Тема 15. Модель линейной регрессии**

Математическая модель регрессии. Оценки параметров регрессии по методу наименьших квадратов как оценки максимального правдоподобия в

предположении нормальности остатков. Линейная регрессия. Свойства МНК-оценок. Теорема Гаусса-Маркова.

## 5.2. Учебно-тематический план

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа*			Самостоятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
Теория вероятностей							
1.	Элементарная теория вероятностей	65	29	5	24	36	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
2.	Случайные величины и векторы	55	27	5	22	28	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
3.	Предельные теоремы	26	8	2	6	18	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
Математическая статистика							
1.	Оценки параметров	76	32	10	22	44	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.

2.	Проверка статистических гипотез	56	20	4	16	36	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
3.	Статистический анализ зависимости	46	20	6	14	26	Опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач.
	<b>В целом по дисциплине</b>	<b>324</b>	<b>136</b>	<b>32</b>	<b>104</b>	<b>188</b>	<b>Согласно учебному плану: две контрольные работы</b>
	Итого в %		42	24	76	58	

### 5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
<b>Теория вероятностей</b>		
Элементарная теория вероятностей	<p>Основные понятия комбинаторики: правила сложения и умножения, сочетания, размещения, перестановки.</p> <p>Использование комбинаторных формул при классическом подсчете вероятностей.</p> <p>Геометрические вероятности.</p> <p>Пространство элементарных событий.</p> <p>Случайное событие как подмножество в пространстве элементарных событий. Алгебра событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство. Свойства вероятности. Формула включений-исключений. Индикаторы событий.</p> <p>Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые события. Схема Бернулли.</p>	<p>Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов</p>

Случайные величины и векторы	<p>Дискретные случайные величины. Вычисление дискретных распределений. Основные дискретные распределения. Задачи на вычисление вероятностей. Графики дискретных функций распределения. Числовые характеристики ДСВ. Вычисление математических ожиданий и дисперсий ДСВ, двумерные ДС векторы, вычисление маргинальных распределений, независимость, ковариация и коэффициент, корреляции. Моменты основных дискретных распределений (Бернулли, биномиальное, геометрическое, пуассоновское).</p> <p>Абсолютно непрерывные случайные величины. Задачи на вычисление константы плотности, вероятностей событий, функций распределения по плотности и наоборот. Вычисление моментов основных абсолютно-непрерывных распределений (равномерное, нормальное, показательное). Вычисление распределений функций от абсолютно-непрерывных случайных величин и векторов. Функции от независимых случайных величин. Максимумы и минимумы независимых случайных величин. Свойства моментов, ковариации, коэффициента корреляции.</p>	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов
Предельные теоремы	<p>Виды сходимости. Неравенства Маркова и Чебышёва. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, в среднем и среднем квадратичном, по распределению.</p> <p>Законы больших чисел Чебышева и Бернулли. Усиленный ЗБЧ Колмогорова. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределённых слагаемых. Роль нормального закона в приложениях теории вероятностей. Теорема Муавра-Лапласа и Теорема Пуассона для схемы Бернулли.</p>	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов
<b>Математическая статистика</b>		
Оценки параметров	<p>Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими. Использование электронных таблиц и библиотек <i>numpy</i>, <i>scipy.stats</i>, <i>matplotlib</i>, <i>statsmodels</i> для моделирования выборок, вычисления выборочных и теоретических характеристик, построения эмпирической функции распределения и гистограммы.</p> <p>Методы построения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Информационное количество</p>	Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным

	<p>Фишера. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.</p> <p>Построение одно- и двухсторонних доверительных интервалов для параметров нормального распределения, и распределения Бернулли. Выборочный коэффициент корреляции. Значимость коэффициента корреляции</p>	обсуждением их результатов
Проверка статистических гипотез	<p>Одновыборочные критерии для математического ожидания и дисперсии нормальных выборок и значения вероятности для выборки из распределения Бернулли. Двухвыборочные критерии для параметров нормальных выборок (сравнение средних при повторных измерениях, равенство дисперсий, сравнение средних при известных, неизвестных равных и неизвестных неравных дисперсиях, сравнение вероятностей успеха в двух сериях испытаний Бернулли). Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции Пирсона.</p> <p>Использование электронных таблиц и библиотеки <i>scipy.stats</i> для проверки гипотез.</p> <p>Критерий согласия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для дискретного распределения с конечным или счетным числом атомов. Случай простой гипотезы для непрерывного распределения. Случай сложной гипотезы для нормального распределения, геометрического и распределения Пуассона.</p> <p>Распознавание распределения по выборке.</p> <p>Использование электронных таблиц и библиотеки <i>scipy.stats</i> для проверки гипотез согласия.</p>	<p>Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов</p>
Статистический анализ зависимостей	<p>Проверка формул полного математического ожидания и дисперсии на примере эмпирического распределения реальной выборки.</p> <p>Модель однофакторного дисперсионного анализа. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.</p>	<p>Интерактивная форма: опрос, собеседование по домашним заданиям самостоятельной работы, решение практико-ориентированных задач с последующим коллективным обсуждением их результатов</p>

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
<b>Теория вероятностей</b>		
Элементарная теория вероятностей	Модель схемы Бернулли с бесконечным число испытаний	Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах. Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы
Случайные величины и векторы	Проверка счетной аддитивности с использованием критериев Совместные абсолютно-непрерывные распределения, многомерное гауссовское распределение, гауссовость линейной комбинации компонент гауссовского вектора.	Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах. Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы
Предельные теоремы	Задачи на предельные теоремы	Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах. Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы
<b>Математическая статистика</b>		
Оценки параметров	Подготовка данных для анализа с использованием библиотек numpy, pandas. Построение ящика с усами с использованием электронных таблиц и библиотек scipy.stats и seaborn	Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах. Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение

		домашних заданий самостоятельной работы
Проверка статистических гипотез	Задачи на вычисление ошибки I и II рода, уровня значимости, мощности. Построение наиболее мощного критерия.	Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах. Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы
Статистический анализ зависимостей	Задачи на условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно-непрерывного распределения Исследование выборок на независимость с помощью коэффициента ранговой корреляции, точного теста Фишера, критерия независимости хи-квадрат Доказательство факторизационной теоремы Оценка параметров линейной регрессии, вычисление коэффициента детерминации, проверка гипотез о параметрах регрессии	Изучение материалов лекций и литературы, предложенной преподавателем, поиск и анализ информации, содержащейся в Интернет-ресурсах. Разбор вопросов, отводимых на самостоятельное освоение, выполнение домашних заданий самостоятельной работы. Выполнение контрольной работы.

## 6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### Примерный перечень тем для подготовки к опросу

1. Основные понятия комбинаторики
2. Свойства биномиальных коэффициентов.
3. Классический способ подсчета вероятностей.
4. Геометрические вероятности.
5. Конечное вероятностное пространство.
6. Условные вероятности.
7. Формула умножения.
8. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

9. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.
10. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли.
11. Алгебры и сигма-алгебры событий, измеримое пространство.
12. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебре.
13. Вероятностное пространство (общий случай).
14. Борелевская сигма-алгебра на прямой.
15. Случайные величины.
16. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения.
17. Случайный вектор. Независимость случайных величин. Функции от одной или нескольких случайных величин.
18. Арифметические операции над случайными величинами.
19. Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения.
20. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами.
21. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин и векторов: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация и коэффициент корреляции.
22. Математическое ожидание функции от дискретной случайной величины.
23. Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции.
24. Некоторые дискретные распределения (равновероятное, биномиальное, пуассоновское, геометрическое), вычисление числовых характеристик.
25. Непрерывные и абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности.
26. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины.



27. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины.
28. Равномерное распределение случайной величины на отрезке.
29. Показательное (экспоненциальное) распределение случайной величины
30. Нормальный закон распределения случайной величины.
31. Логнормальное распределение случайной величины
32. Гамма-распределение
33. Распределение Коши
34. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно-непрерывным распределением
35. Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.
36. Дополнительные характеристики случайных величин: асимметрия, эксцесс, квантили, медиана, мода.
37. Неравенства Маркова и Чебышева.
38. Сходимость случайной последовательности по вероятности
39. Множество сходимости
40. Сходимость случайной последовательности почти наверное. Связь со сходимостью по вероятности.
41. Сходимость случайной последовательности в среднем и среднем квадратичном. Связь со сходимостью по вероятности.
42. Сходимость случайной последовательности слабо по распределению. Связь со сходимостью по вероятности.
43. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. ЗБЧ в форме Бернулли.
44. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых. Теорема Муавра-Лапласа.
45. Теорема Пуассона. 1. Основные задачи математической статистики.
46. Понятие выборки.
47. Эмпирическая функция распределения гистограмма.
48. Выборочные характеристики как числовые характеристики эмпирического распределения.

49. Понятие статистик, порядковые статистики, вариационный ряд.
50. Точечные оценки параметров распределений
51. Свойства точечных оценок: состоятельность, сильная состоятельность, несмещённость, асимптотическая нормальность.
52. Методы построения точечных оценок. Метод моментов.
53. Метод максимального правдоподобия.
54. Среднеквадратический и асимптотический подходы к сравнению оценок. Оптимальные оценки.
55. Регулярные семейства распределений. Информационное количество Фишера.
56. Неравенство Рао-Крамера.
57. Эффективные оценки.
58. Доверительный интервал.
59. Распределение хи-квадрат.
60. Распределение Стьюдента (t-распределение).
61. Распределение Фишера.
62. Лемма и теорема Фишера.
63. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известном значении дисперсии.
64. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при известном математическом ожидании.
65. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при неизвестном математическом ожидании.
66. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при неизвестном значении дисперсии.
67. Доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли.
68. Понятие статистической гипотезы.
69. Виды гипотез, статистический критерий, статистика критерия, критическая область.

- 70.Общая схема проверки гипотезы. Ошибки I и II рода, уровень значимости, мощность.
- 71.Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.
- 72.Выборочный коэффициент корреляции. Значимость коэффициента корреляции.
- 73.Проверка гипотезы о числовом значении математического ожидания нормального распределения (с известным и неизвестным значением дисперсии).
- 74.Проверка гипотезы о числовом значении вероятности успеха в схеме Бернулли.
- 75.Проверка гипотезы о числовом значении дисперсии нормального распределения (при известном и неизвестном значении математического ожидания).
- 76.Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных выборок при повторных измерениях.
- 77.Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормальных выборок.
- 78.Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при известных дисперсиях.
- 79.Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных равных дисперсиях.
- 80.Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных неравных (вообще говоря) дисперсиях.
- 81.Проверка гипотезы о равенстве вероятностей успеха двух независимых схем Бернулли.
- 82.Критерий согласия хи-квадрат. Теорема Пирсона.
- 83.Критерий хи-квадрат для дискретного распределения, случай проверки простой гипотезы.

84. Критерий хи-квадрат для абсолютно-непрерывного распределения, случай проверки простой гипотезы.
85. Состоятельность критерия хи-квадрат.
86. Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для нормального распределения
87. Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для геометрического и распределения Пуассона
88. Условные распределения и условные математические ожидания для дискретных распределений. Формула полного математического ожидания.
89. Условная дисперсия и формула полной дисперсии.
90. Условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно-непрерывного распределения.
91. Модель однофакторного дисперсионного анализа.
92. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.
93. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена, критерий значимости.
94. Точный тест Фишера.
95. Критерий независимости хи-квадрат.
96. Байесовский подход к оценке параметров.
97. Полные и достаточные статистики.
98. Факторизационная теорема Неймана-Фишера.
99. Математическая модель регрессии.
100. Оценки параметров линейной регрессии.
101. Свойства МНК-оценок.
102. Теорема Гаусса-Маркова.

### **Примеры практико-ориентированных заданий**

#### **Задание 1.**

Инвестор наблюдает за колебаниями котировок акций компаний  $A$  и  $B$  в течение 100 торговых дней (по закрытию торгов). В результате наблюдений получена следующая статистика: количество дней, когда обе котировки падали – 30; обе котировки росли – 27; котировки  $A$  падали, а котировки  $B$  при этом росли – 23; наоборот, котировки  $A$  росли, а котировки  $B$  падали – 20. При 1%-м уровне значимости проверьте гипотезу о равновероятности указанных четырех комбинаций падения и роста.

#### Задание 2.

По выборочным данным реализовать проверку гипотезы об однородности нескольких выборок по критериям Пирсона и Колмогорова – Смирнова с использованием инструментария Microsoft Excel, Python.

#### Задание 3.

Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_7$  и  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{11}$  – доходности (в базисных пунктах, б.п.) финансовых инструментов  $X$  и  $Y$ . Предполагается, что  $X_1, X_2, \dots, X_7$  и  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{11}$  – независимые и нормальные случайные величины с неизвестными средними  $\mu_x$  и  $\mu_y$  и с неизвестными дисперсиями  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$ . По конкретным значениям доходностей  $x_1, \dots, x_7$  и  $y_1, y_2, \dots, y_{11}$  получены несмещенные оценки дисперсии  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_y^2$ :  $s_x^2 = 80$ ,  $s_y^2 = 20$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверьте гипотезу  $H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$  против альтернативной гипотезы  $H_1: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ .

#### Задание 4.

По данным, приведенным ниже, требуется проверить на 5%-ном уровне значимости, имеется ли существенное различие между доходностями  $Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}$  трех акций (предполагается, что доходности акций  $Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}$  распределены по нормальному закону):

$\mathbf{q}_i^{(1)}$ : -0.0724514, 0.348339, 0.214579, 0.234001, 0.080152, 0.550343, 0.695598, 0.11335, 0.311405, 0.178259, 0.707557, -0.00388785, 0.311358, 0.461806, 0.175355, 0.604575, 0.0144682, 0.164384, 0.142543, 0.593697, 0.259534, 0.264568, 0.157433, 0.491485, 0.801349, 0.00482267, 0.396828, 0.367374, 0.133619, 0.523703, -0.0413555, 0.265778, 0.390005, -0.0617123, 0.274367, 0.341692, 0.318834, 0.231129, 0.116686, 0.600259, 0.57894, 0.446113, 0.273421, 0.376668, -0.0444261, 0.438477, 0.530961, 0.108338, 0.398188, 0.942436, 0.470789, 0.352353, 0.750677, 0.559233, 0.344401, 0.209402, 0.373711, 0.381037, -0.0440512, 0.307625, 0.254757, 0.240125, 0.0755683, 0.229486, 0.022751, 0.394789, 0.405517, 0.333518, 0.422884, 0.268465, 0.406002, 0.242695, 0.390111, 0.614299, 0.468193, 0.434372, 0.173573, 0.347659, 0.0771342, 0.608834, 0.0837221, 0.347069, 0.575629, 0.437637, 0.452505, 0.311783, 0.34139, 0.173038, 0.39376, 0.0118951, 0.439373, 0.105634, 0.515845, 0.0556552, 0.299372, 0.44125, 0.534503, 0.326354, 0.305192, -0.0677661

$\mathbf{q}_i^{(2)}$ : 0.0760076, 0.276395, 0.563888, 0.459716, 0.326395, 0.25269, 0.306006, 0.389063, 0.47451, 0.465387, 0.482189, 0.233394, 0.28675, 0.013888, 0.322988, 0.0643255, 0.656926, 0.421046, 0.255888, 0.751859, 0.284468, 0.30853, 0.572919, 0.397649, 0.307229, 0.207558, 0.714226, 0.155008, 0.0934287, 0.449056, 0.48307, 0.218776, -0.0301462, 0.281453, 0.328324, 0.47907, 0.537439, 0.278841, -0.0104749, 0.542701, 0.518733, 0.417669, 0.208562, 0.654484, 0.255337, 0.149942, 0.303709, 0.20145, 0.0746767, 0.10894, -0.138775, 0.490771, 0.14104, 0.645734, 0.403321, 0.0538072, 0.630395, 0.0225026, 0.367597, 0.227261, 0.297801, 0.347481, 0.454552, 0.352614, 0.710885, 0.285879, -0.0728541, 0.191565, 0.13767, 0.0494314, 0.63165, 0.0874178, 0.473075, 0.419064, 0.356433, 0.322464, 0.390168, 0.252919, 0.750174, 0.251663, 0.631498, 0.0636435, 0.369709, 0.420973, 0.350015, 0.463658, 0.469403, 0.309336, -0.0878132, 0.491596, 0.515023, 0.505743, 0.219901, 0.578347, 0.531301, -0.152368, 0.115485, 0.615949, 0.135419, 0.407181

$q_i^{(3)}$ : 0.444592, 0.712087, 0.313076, 0.645062, 0.585544, 0.474014, 0.221915, 0.276645, 0.356567, 0.409686, 0.247493, 0.506481, 0.261083, 0.496345, 0.3712, 0.105807, 0.189129, 0.322793, 0.265872, 0.208426, 0.53622, 0.480958, 0.702705, 0.602311, 0.440274, 0.524586, 0.65099, 0.163421, 0.366639, 0.258607, 0.430439, 0.37879, 0.543402, 0.468498, 0.773798, 0.280801, 0.213493, 0.349076, 0.112629, 0.00863626, -0.0988291, 0.135398, 0.589182, 0.292923, 0.592833, -0.158578, 0.378974, 0.406636, 0.240427, 0.34263, 0.0989575, 0.172111, 0.65535, 0.747777, 0.291106, 0.358112, 0.418985, 0.418883, 0.363626, 0.23119, 0.335325, 0.474778, 0.295501, 0.586975, 0.327525, 0.708025, 0.393876, 0.267684, 0.513987, 0.294231, 0.322321, 0.556567, 0.330682, 0.36469, 0.651244, 0.654846, 0.685422, 0.535121, 0.231372, 0.181668, 0.488424, 0.166, 0.00396049, 0.314943, 0.636383, 0.305025, -0.0645144, 0.322822, 0.470865, 0.426079, 0.445955, 0.545085, -0.111493, 0.523563, 0.347434, 0.422498, 0.509299, 0.329648, 0.667257, 0.264957

### **Примерный вариант контрольной работы (2-й семестр)**

1. В партии из 14 деталей имеется 7 стандартных. Наудачу отобраны 6 деталей. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 4 стандартных.
2. В круг радиуса 120 наудачу бросаются 2 точки. Найдите вероятность того, что расстояние от центра круга до ближайшей точки будет не меньше 40.
3. Вероятность попадания при одном выстреле в мишень 0, 81. Найдите вероятность хотя бы одного попадания при 3 выстрелах.
4. Детали, изготовленные в цехе, попадают к одному из 2-х контролёров. Вероятность того, что деталь попадёт к 1-му контролёру, равна 0, 3; ко 2-му – 0, 7. Вероятность того, что деталь будет признана стандартной 1-м контролёром равна 0, 95; 2-м контролёром - 0, 98. Изготовленная деталь при проверке была признана стандартной. Найдите вероятность того, что эту деталь проверял 1-й контролёр.
5. Отрезок длины 5 поделен на две части длины 2 и 3 соответственно, 9 точек последовательно бросают случайным образом на этот отрезок. Найдите

вероятность того, что количество точек, попавших на отрезок длины 2, не будет равно 4.

### **Примерный вариант контрольной работы (3-й семестр)**

Независимые наблюдения нормально распределенной случайной величины  $X$ , описывающей приращение стоимости типового контракта страховой фирмы, представлены в виде выборки: {-187.0299; -161.2845; -161.4014; -159.9954; -208.9422; -162.721; -198.8802; NA; -168.5145; NA; NA; -152.9152; -168.6714; -146.8971; -174.7966; -164.0284; -180.9125; -201.5801; -142.1199; -190.1672; -140.9456; -182.8243; -193.4697; -195.3735; -161.1935; -176.9586; -196.215; -160.339; -170.8689; -156.9761; -159.3123; NA; -119.4211; -184.8353; -140.9463; -157.8449; -182.2917; -161.4346; -150.1962; -158.5312; -134.9976; -137.4868; -160.6779; NA; -152.271; -134.5088; -163.6468; -163.4555; -117.6719; -192.6201; NA; -213.6247; NA; -203.1659; -128.669; -194.1463; -128.7672; NA; NA; -168.3899; -209.5327; -160.9631; -109.5902; -129.1931; -155.6094; -190.8758; -157.9534; -142.6177; -198.8081; -190.4545; NA; -165.3611; -205.846; -117.6373; -182.9478; -155.803; -125.0813; -186.3189; -145.8259; -198.2107; NA; -148.0353; -167.9091; -161.1786; -272.65055; -160.0423; -205.5062; -123.8976; -123.0403; -117.7142; -161.2491; -176.1919; -171.8998; NA; -145.4739; -159.0241; -149.1932; -159.2217; -143.0454; -189.9967; -170.5179; -126.8991; -139.0724; NA; -180.4481; NA; -156.8562; NA; NA; -131.8547; -149.0687; -184.7403; -169.2381; NA; -217.5654; -196.9778; -164.6326; -150.4871; -191.3586; -136.944; -170.6811; NA; -198.5395; -186.2195; -172.0036; -166.8591; -214.8433; NA; -199.0094; -204.5341; -122.7491; -151.8201; -211.5142; NA; -110.7922; -226.6656; -156.2927; -162.7957; -228.9602; -204.6344; -164.9144; -155.86; -154.4896; -143.1573; -155.1405; -150.1157; -124.9636; -119.9346; -162.4888; -146.3194; -132.7998; -130.2202; -165.2622; -154.2073; -184.473; -197.2455; -130.4751; -162.8968; -175.1367; -163.6068; -134.4916; -204.5695; -160.6586; -150.6161; -154.5993; -165.1207; -158.934; -136.1092; -165.8338; -156.5455; -180.6216; -177.2416; -189.1139; -119.6079; -96.811; -128.132; -182.9265; -189.62; -131.7109; NA; -



173.3794; -149.1805; NA; -160.9563; -201.6392; -148.2273; -139.6495; -131.4056;  
-151.4934; -160.946; NA; -168.4562; NA; -211.0339; -161.474; -155.8721; -  
208.3678; -128.1367; -141.4449; -167.7583; -162.6248; -159.4972; -177.3435; -  
215.5876; -182.9095; -164.8381; NA; -209.7842; -128.0622; -182.9313; -169.6137;  
-151.1654; -124.0265; -146.1231; -170.0849; -200.4128; NA; -162.7994; -  
189.5325; -148.3281; -170.0783; -160.6835; NA; -142.0028; -151.8737; -220.0781;  
-154.1261; -120.9559; -163.9736; -121.1124; -187.5747; NA; -154.8031; -  
171.6608; -125.6202; -116.2871; -156.6942; -159.2231; -188.0871; -158.4186; -  
210.4016; -210.8097; -169.3286; -144.145; -114.4392; NA; -173.0349; -148.4984;  
-211.6396; -180.4351; -203.4282; -177.4685; -155.1818; -184.7275; -147.5524;  
NA; -170.1728; -106.7989; -180.3128; -180.6107; -162.3676; -194.33; -235.8898; -  
127.2701; -141.4456; -160.3559; -173.0569; NA; -138.7747; -148.0619; -159.9959;  
-180.2741; NA; -169.8106; -199.339; -119.4152; -144.5187; -133.8678; -148.9419;  
-148.3229; -117.8754; -168.9172; -191.3987; -197.2272; -170.7852; -169.2624; -  
162.8733; -128.4049; -137.1164; -194.7938; -195.6451; -172.7966; NA; -208.6763;  
-190.0686; -187.8417; -170.681; -136.27; -233.6955; -135.8197}.

Скопируйте и преобразуйте данные выборки в столбец "А" на лист "Лист1" Excel-файла и, используя Excel или Python, вычислите требуемые ниже величины.

- 1) Введите объем исходной выборки
- 2) Очистите исходную выборку от пропусков, обозначенных как "NA", преобразуйте её в вариационный ряд и работайте далее с полученным рядом.  
Введите объем очищенной от пропусков выборки
- 3) Введите значение ошибки выборки
- 4) Введите минимальное значение в вариационном ряду
- 5) Введите максимальное значение в вариационном ряду
- 6) Введите первую квартиль
- 7) Введите медиану
- 8) Введите третью квартиль

- 9) Введите среднее значение
- 10) Введите исправленную дисперсию
- 11) Введите стандартное отклонение
- 12) Введите размах выборки
- 13) Введите эксцесс
- 14) Введите коэффициент асимметрии
- 15) Введите левую границу 0.9-доверительного интервала для  $E(X)$
- 16) Введите правую границу 0.9-доверительного интервала для  $E(X)$
- 17) Введите левую границу 0.9-доверительного интервала для  $Var(X)$
- 18) Введите правую границу 0.9-доверительного интервала для  $Var(X)$
- 19) Введите нижнюю границу нормы
- 20) Введите верхнюю границу нормы
- 21) Постройте на листе "Лист1" гистограмму и диаграмму "ящик с усами" для исходной выборки, очищенной от "NA" и выбросов. Если построения произведены в Python, то скопируйте полученные диаграммы из Python на "Лист1".

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине содержится в разделе 2 «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для  
оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний**

**Примерные вопросы для подготовки к зачету**

1. Основные понятия комбинаторики
2. Свойства биномиальных коэффициентов.
3. Классический способ подсчета вероятностей.
4. Геометрические вероятности.
5. Конечное вероятностное пространство.
6. Условные вероятности.
7. Формула умножения.
8. Формула полной вероятности
9. формулы Байеса.
10. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.
11. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли.
12. Алгебры и сигма-алгебры событий, измеримое пространство.
13. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебре.
14. Вероятностное пространство (общий случай).
15. Борелевская сигма-алгебра на прямой.
15. Случайные величины.
16. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения.
17. Случайный вектор. Независимость случайных величин. Функции от одной или нескольких случайных величин.
18. Арифметические операции над случайными величинами.
19. Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения.
20. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами.

21. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин и векторов: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация и коэффициент корреляции.
22. Математическое ожидание функции от дискретной случайной величины.
23. Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции.
24. Некоторые дискретные распределения (равновероятное, биномиальное, пуассоновское, геометрическое), вычисление числовых характеристик.
25. Непрерывные и абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности.
26. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины.
27. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины.
28. Равномерное распределение случайной величины на отрезке.
29. Показательное (экспоненциальное) распределение случайной величины
30. Нормальный закон распределения случайной величины.
31. Логнормальное распределение случайной величины
32. Гамма-распределение
33. Распределение Коши
34. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно-непрерывным распределением
35. Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.
36. Дополнительные характеристики случайных величин: асимметрия, эксцесс, квантили, медиана, мода.
37. Неравенства Маркова и Чебышева.
38. Сходимость случайной последовательности по вероятности
39. Множество сходимости
40. Сходимость случайной последовательности почти наверное. Связь со сходимостью по вероятности.

41. Сходимость случайной последовательности в среднем и среднем квадратичном. Связь со сходимостью по вероятности.
42. Сходимость случайной последовательности слабо по распределению. Связь со сходимостью по вероятности.
43. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. ЗБЧ в форме Бернулли.
47. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых. Теорема Муавра-Лапласа.
48. Теорема Пуассона.

### **Пример задания для подготовки к экзамену**

Ряд совместных наблюдений независимых нормально распределенных случайных величин  $X$  и  $Y$ , описывающих некоторый финансовый показатель двух фирм, задан двумерной выборкой:

{(NA, 221.9404); (244.9, 199.2457); (271.4, 261.2842); (210, 210.2288); (213.8, 192.1073); (192.1073, 224.2862); (203.9, 192.6871); (237.3, 270.4459); (267.4, 181.7402); (219.8, 236.7081); (245.8, 265.4446); (265.8, 214.2336); (NA, 202.0054); (230.5, 247.8258); (195.8, 214.288); (249.6, 238.4614); (210.1, 213.3479); (226.2, 220.6614); (NA, 203.1024); (222.8, 238.1059); (240.4, 238.597); (226.1, 211.5634); (272.4, 236.0323); (NA, 205.1988); (207.5, 185.9292); (267.5, 191.7353); (191.9, 244.6757); (250.3, 281.4068); (224.8, 235.85); (245.1, 201.7793); (250, 205.8824); (217.1, 184.582); (211, 295.4028); (215.2, NA); (239.2, 220.6611); (281.4, 249.278); (203.7, NA); (214.5, 253.1391); (285.8, 212.1165); (238.1, 251.3834); (262.7, 222.5751); (192.1, 172.1679); (252, 259.5268); (208.4, 192.9326); (242.4, 267.9533); (231.1, 293.0328); (248.2, 257.6844); (230.5, 211.2362); (216.3, 227.0348); (198.6, 288.2548); (215.4, 181.0203); (237.5, 259.4564); (260.6, 236.1748); (225.8, 210.6577); (255.6, 226.419); (282.7, NA); (266.1, 282.7522); (242.5, 256.1357); (244.8, 216.7008); (175.1, 263.5541); (259.1, 254.8488); (246.4, 206.7216); (245.8, 218.5091); (276, 234.1304); (222.4, 293.9958); (260.9, 241.3345); (248.7, 240.9915); (217.3, 206.8097); (255.9, 255.2917); (211.8, 197.4867); (225.9, 200.1395); (238.1, 217.0186); (263.8,

166.5484); (253.4, 235.88); (261.5, 225.2916); (225, 206.2309); (227.6, 202.2515); (238.4, 223.2773); (219.1, 198.0522); (213.3, 250.1533); (176.8, 214.5436); (238.3, NA); (252.3, 218.0174); (NA, 241.0332); (222.2, 256.2377); (292.7, 205.4261); (221.3, 278.6294); (271.1, 183.1479); (247.9, 189.9609); (250.9, 220.9378); (229, NA); (159.1, 254.807); (251.1, 231.0567); (232.7, 222.3117); (203.5, 242.2319); (194.9, 197.4802); (218, 266.2529); (202.2, 226.8148); (187.4, 230.2827); (253.8, 170.7486); (229.1, NA); (210.3, 207.7116); (217.8, 258.1792); (228.6, 201.9987); (265.7, 231.807); (247.8, 212.0149); (209.4, NA); (203, 217.0157); (NA, 240.5836); (227.9, NA); (NA, 215.1281); (213.5, 266.1242); (284.7, NA); (254.2, 268.4275); (233.3, 266.1533); (258.9, 208.4654); (228.1, NA); (225.5, 217.6653); (253, 211.6221); (262, 261.2123); (259.9, 211.4); (NA, 271.5845); (244.8, 210.7494); (247.3, 207.6716); (226.1, 214.0212); (206, 204.7839); (173.6, 218.2791); (253, 239.6209); (207.3, NA); (211.5, 236.3517); (294.8, 244.4433); (243.9, 284.5863); (231.6, 221.7864); (242.2, 222.5481); (221.6, 179.9472); (233.4, 236.849); (227.5, 198.3705); (217.4, 208.2749); (NA, 250.8087); (201.7, 213.9586); (215.4, NA); (241.2, 249.9619); (251.2, 173.4413); (198.5, 177.3279); (252.2, 240.3333); (254.5, 178.9932); (NA, 193.2809); (225.7, 232.5474); (168.2, NA); (209.8, NA)}

Скопируйте данную выборку на лист, преобразуйте ее в столбцы "А" и "В" соответственно для первой и второй фирмы. При этом связанные значения показателей должны располагаться в одной строке.

Используя Excel или Python, очистите исходную выборку от пропущенных данных, обозначенных как "NA", и вычислите требуемые ниже величины:

1. Введите выборочный коэффициент корреляции Пирсона между X и Y
2. Найти значение P-value в проверке гипотезы о равенстве средних значений показателей фирм при альтернативной гипотезе о том, что среднее значение показателя больше у второй фирмы. На уровне значимости 0,01 проверить эту гипотезу.

3. Найти значение P-value в проверке гипотезы о равенстве дисперсий показателей фирм при альтернативной гипотезе об их неравенстве. На уровне значимости 0,05 проверить эту гипотезу.

### **Примерные вопросы для подготовки к экзамену**

1. Основные задачи математической статистики.
2. Понятие выборки.
3. Эмпирическая функция распределения гистограмма.
4. Выборочные характеристики как числовые характеристики эмпирического распределения.
6. Понятие статистик, порядковые статистики, вариационный ряд.
7. Точечные оценки параметров распределений
7. Свойства точечных оценок: состоятельность, сильная состоятельность, несмещённость, асимптотическая нормальность.
8. Методы построения точечных оценок. Метод моментов.
9. Метод максимального правдоподобия.
10. Среднеквадратический и асимптотический подходы к сравнению оценок. Оптимальные оценки.
11. Регулярные семейства распределений. Информационное количество Фишера.
12. Неравенство Рао-Крамера.
13. Эффективные оценки.
14. Доверительный интервал.
15. Распределение хи-квадрат.
16. Распределение Стьюдента (t-распределение).
17. Распределение Фишера.
18. Лемма и теорема Фишера.
19. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известном значении дисперсии.

20. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при известном математическом ожидании.
21. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при неизвестном математическом ожидании.
22. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при неизвестном значении дисперсии.
23. Доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли.
24. Понятие статистической гипотезы.
25. Виды гипотез, статистический критерий, статистика критерия, критическая область.
26. Общая схема проверки гипотезы. Ошибки I и II рода, уровень значимости, мощность.
27. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.
28. Выборочный коэффициент корреляции. Значимость коэффициента корреляции.
29. Проверка гипотезы о числовом значении математического ожидания нормального распределения (с известным и неизвестным значением дисперсии).
30. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности успеха в схеме Бернулли.
31. Проверка гипотезы о числовом значении дисперсии нормального распределения (при известном и неизвестном значении математического ожидания).
32. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных выборок при повторных измерениях.
33. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормальных выборок.
34. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при известных дисперсиях.



35. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных равных дисперсиях.
36. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных неравных (вообще говоря) дисперсиях.
37. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей успеха двух независимых схем Бернулли.
38. Критерий согласия хи-квадрат. Теорема Пирсона.
39. Критерий хи-квадрат для дискретного распределения, случай проверки простой гипотезы.
40. Критерий хи-квадрат для абсолютно-непрерывного распределения, случай проверки простой гипотезы.
41. Состоятельность критерия хи-квадрат.
42. Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для нормального распределения
43. Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для геометрического и распределения Пуассона
44. Условные распределения и условные математические ожидания для дискретных распределений. Формула полного математического ожидания.
45. Условная дисперсия и формула полной дисперсии.
46. Условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно-непрерывного распределения.
47. Модель однофакторного дисперсионного анализа.
48. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.
49. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена, критерий значимости.
50. Точный тест Фишера.
51. Критерий независимости хи-квадрат.
52. Байесовский подход к оценке параметров.

53. Полные и достаточные статистики.
54. Факторизационная теорема Неймана-Фишера.
55. Математическая модель регрессии.
56. Оценки параметров линейной регрессии.
57. Свойства МНК-оценок.
58. Теорема Гаусса-Маркова.

**Примеры оценочных средств для проверки индикаторов достижения компетенций, формируемых дисциплиной**

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Наименование индикаторов достижения компетенции</b>	<b>Результаты обучения ( умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции</b>	<b>Типовые контрольные задания</b>
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> основные понятия теории вероятностей и математической статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистические методы. <b>Уметь:</b> использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональных задач.	Вопросы: 1. Методы построения точечных оценок. Метод моментов. 2. Метод максимального правдоподобия. 3. Среднеквадратический и асимптотический подходы к сравнению оценок. Оптимальные оценки.  Задание 1. Инвестор наблюдает за колебаниями котировок акций компаний <i>A</i> и <i>B</i> в течение 100 торговых дней (по закрытию торгов). В результате наблюдений получена следующая статистика: количество дней, когда обе котировки падали – 30; обе котировки росли – 27; котировки <i>A</i> падали, а котировки <i>B</i> при этом росли – 23; наоборот, котировки <i>A</i> росли, а котировки <i>B</i> падали – 20. При 1%-м уровне значимости проверьте

			гипотезу о равновероятности указанных четырех комбинаций падения и роста.
	2.Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> принципы решения задач в области программной инженерии с использованием инструментария электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica, а также особенности реализации исследований по данной теме; <b>Уметь:</b> использовать инструментарий электронных таблиц, Python, Wolfram Mathematica для решения задач в области программной инженерии, а также особенности реализации исследований по данной.	Вопросы: 1.Регулярные семейства распределений. Информационное количество Фишера. 2.Неравенство Рао-Крамера. 3.Эффективные оценки. 4.Доверительный интервал. 5.Распределение хи- квадрат.  Задание 1. По выборочным данным реализовать проверку гипотезы об однородности нескольких выборок по критериям Пирсона и Колмогорова – Смирнова с использованием инструментария Microsoft Excel, Python.  Задание 2. Пусть $X_1, X_2, \dots, X_7$ и $Y_1, Y_2, \dots, Y_{11}$ – доходности (в базисных пунктах, б.п.) финансовых инструментов $X$ и $Y$ . Предполагается, что $X_1, X_2, \dots, X_7$ и $Y_1, Y_2, \dots, Y_{11}$ – независимые и нормальные случайные величины с неизвестными средними $\mu_x$ и $\mu_y$ и с неизвестными дисперсиями $\sigma_x^2$ и $\sigma_y^2$ . По конкретным значениям доходностей $x_1, \dots, x_7$ и $y_1, y_2, \dots, y_{11}$ получены несмещенные оценки дисперсии $\sigma_x^2$ и $\sigma_y^2$ : $s_x^2 = 80$ , $s_y^2 = 20$ . При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверьте гипотезу $H_0: \sigma_x^2 =$ $\sigma_y^2$ против альтернативной гипотезы $H_1: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ .
	3. Проводит численные	<b>Знать:</b> основные профессиональные	Вопросы:

	<p>эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.</p>	<p>пакеты прикладных программ для статистической обработки данных.  <b>Уметь:</b>  использовать профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных.</p>	<p>1.Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при известных дисперсиях.  2.Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных равных дисперсиях.  3.Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных неравных (вообще говоря) дисперсиях.  4.Проверка гипотезы о равенстве вероятностей успеха двух независимых схем Бернулли.</p> <p>Задание 1. Опишите линейную модель дисперсионного анализа. Какого рода гипотезы формулируются и проверяются в этой модели? Какие прикладные программные средства вы знаете для решения данной задачи?</p> <p>Задание 2. Для трех групп финансовых показателей  1) <math>X_{11}, X_{12}, X_{13}</math>;  2) <math>X_{21}, X_{22}, X_{23}</math>;  3) <math>X_{31}, X_{32}, X_{33}</math> найдены их значения:  1) 5, 6, 7; 2) 7, 8, 9; 3) 9, 10, 11  По данным значениям вычислите межгрупповую и среднюю групповую дисперсии. Предполагается, что: 1) все показатели независимы и нормальны с одинаковой неизвестной дисперсией <math>\text{Var}(X_{ij}) = \sigma^2</math>; 2) в каждой группе</p>
--	---	--	---

			<p> <math>E(X_{ij}) = \mu_i, i = 1, 2, 3.</math>            Проверьте при уровне значимости <math>\alpha = 0,05</math> гипотезу о совпадении ожидаемых значений показателей, <math>\mu_1 = \mu_2 = \mu_3.</math> </p> <p>           Задание 3. Пусть <math>X_1, X_2, \dots, X_6</math> и <math>Y_1, Y_2, Y_3</math> – доходности (в базисных пунктах, б.п.) финансовых инструментов <math>X</math> и <math>Y</math>. Предполагается, что <math>X_1, X_2, \dots, X_6</math> и <math>Y_1, Y_2, Y_3</math> – независимые нормальные случайные величины с неизвестными средними <math>\mu_x</math> и <math>\mu_y</math> и с одинаковой неизвестной дисперсией <math>\sigma^2</math>. По конкретным значениям доходностей <math>x_1, \dots, x_6</math> и <math>y_1, y_2, y_3</math> получены выборочные средние <math>\bar{x} = 595</math>, <math>\bar{y} = 588</math> и несмещенные оценки дисперсии <math>s_x^2 = 81</math>, <math>s_y^2 = 51</math>. При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу <math>H_0: \mu_x = \mu_y</math> против альтернативной гипотезы <math>H_1: \mu_x \neq \mu_y.</math> </p>
--	--	--	--

## Пример экзаменационного билета

Федеральное государственное образовательное бюджетное  
учреждение высшего образования  
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»  
(Финансовый университет)

Кафедра: Математика и информатика

Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика

Филиал: Владикавказский;

Форма обучения: Очная

Семестр: 3

Направление: 09.03.04 Программная инженерия

Профиль: Технологии разработки программного обеспечения

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

#### Задание 1. (30 баллов)

Независимые наблюдения нормально распределенной случайной величины  $X$ , описывающей логарифмическую доходность определенного финансового актива:

{NA; -248.0278; -276.0175; NA; -212.0006; -268.2976; NA; -231.3119; -197.912; -215.7413; -250.642; -220.5284; NA; NA; -242.2857; -246.5505; -214.4641; NA; -203.7093; -279.0159; -211.8785; -49.4419375000002; NA; -262.8364; -245.2903; NA; -215.1243; -251.4699; -221.7703; -209.7999; -246.8239; NA; -227.4166; -214.4409; -216.5032; -238.49; -242.4141; -274.4896; -220.7811; -221.8839; -230.4548; NA; -197.128; -258.3113; -224.7547; -265.6689; -234.5814; -256.0479; -206.5416; -204.9552; -271.2617; -236.6249; -213.9544; -241.7048; -244.5088; -277.764; -223.1571; -221.5657; -221.3712; NA; -251.1042; -240.3643; -195.9329; -271.6931; NA; -224.7657; -230.9118; -215.7749; -261.4521; -218.9398; -204.6412; -235.0248; -217.8646; -199.3423; -221.2092; -229.623; -242.6123; -229.0925; -213.9702; NA; -232.589; -264.9929; NA; -224.6155; -205.9726; -258.7099; -248.5855; NA; -228.2618; -205.2476; -275.622; -239.5357; -253.7256; -233.7747; NA; -220.4415; -230.2611; -235.0488; -242.9187; -222.0454; -218.7288; -268.186; -223.4011; NA; -210.5623; -217.6816; -236.2901; NA; -214.4802; -224.3734; -195.4733; -232.7526; -240.7299; -246.011; -238.7477; -235.8953; NA; NA; -180.4088; NA; -230.5308; -268.0138; -214.3368; -264.0056; -193.8945; -225.9057; -200.886; -219.7275; NA; -177.284; -224.7232; -258.5088; -244.3543; -222.2523; -205.1324; -211.6798; -241.3391; -237.4306; -228.4085; -226.4714; -229.3886; -222.4233; -238.0757; -195.788; NA; -256.4004; -199.6616; -235.6713; -250.9459; -230.2045; -215.1507; -265.8123; -224.9502; -258.7678; -213.3911; -231.4672; -196.1238; -208.6528; -230.4714; -273.7412; -192.9082; -267.0167; -244.4736; NA; -260.0262; -240.9879; -233.8253; -247.1632; -220.5742; -187.4717; -248.9057; NA; NA; -349.5041875; -237.2952; NA; -280.5154; -244.8634; -208.6032; -79.4481625000001; -211.1061; -231.7734; -203.7882; -269.69; -211.5684; -210.656; -238.9506; -235.8595; -235.0722; -245.5922; -276.6558; -211.3103; -230.8537; NA; -250.8397; -241.2494; NA; -197.6652; -

220.8453; -236.977; -215.7695; NA; -236.1103; -242.5679; -232.3741; -251.3795; -236.3643; -218.7777; -233.0242; -271.6865; NA; NA; -241.7763; -202.76; -227.9378; -203.446; -248.5608; -224.928; -197.5271; -281.7362; -226.669; -240.559; -197.7924; NA; -249.6659; -214.9174; -250.2051; -230.6023; NA; NA; -211.4023; -248.4019; -238.787; NA; -188.4151; -222.2636; -221.1485; -221.9967; -228.9072; -232.6161; -241.741; -213.232; -208.1551; -214.3564; -219.8447; -223.4235; NA; -227.8187; -234.5629; -225.1414; -210.4707; -239.0968; -220.2137; -203.5226; -214.5777; NA; -213.9617; -240.2094; -254.4675; -256.271; NA; -180.2061; -241.3937; -229.0612; -187.9661; NA; -221.3916; -197.5445; -246.8638; -236.1858; NA; NA; -257.3654; -251.6351; -212.6862; -208.0422; -211.7181; -229.8571; -244.787; -242.2795; -205.2843; -258.5773; -226.1781; NA; -217.9504; -172.6741; -230.2364; -196.1476; -255.0827; -246.0399; -255.0632; -241.1097; -219.5709; -210.8271; -202.9631; -215.2989; -253.3749; -216.2569; -207.2811; -319.4979625}.

Скопируйте и преобразуйте данные выборки в столбец "А" на лист "Лист1" Excel-файла и, используя Excel или Python, вычислите требуемые ниже величины:

1. Введите объем исходной выборки
  - Очистите исходную выборку от пропусков, обозначенных как "NA", преобразуйте её в вариационный ряд и работайте далее с полученным рядом.
  2. Введите объем очищенной от пропусков выборки
  3. Введите значение ошибки выборки
  4. Введите минимальное значение в вариационном ряду
  5. Введите максимальное значение в вариационном ряду
  6. Введите первую квартиль
  7. Введите медиану
  8. Введите третью квартиль
  9. Введите среднее значение
  10. Введите исправленную дисперсию
  11. Введите стандартное отклонение (несмещенное)
  12. Введите размах выборки
  13. Введите эксцесс (формула по умолчанию в Excel)
  14. Введите коэффициент асимметрии (формула по умолчанию в Excel)
  15. Введите левую границу 0,9-доверительного интервала для  $E(X)$
  16. Введите правую границу 0,9-доверительного интервала для  $E(X)$
  17. Введите нижнюю границу нормы
  18. Введите левую границу 0,9-доверительного интервала для  $Var(X)$
  16. Введите правую границу 0,9-доверительного интервала для  $Var(X)$
- Постройте на новом листе гистограмму частот и диаграмму «ящик с усами» для исходной выборки, очищенной от выбросов.

## **Задание 2. (20 баллов)**

По результатам социологического исследования ответы респондентов на определенный вопрос анкеты представлены в виде выборки:

{Four; Five; Two; One; Two; NA; Four; Two; Thr; Five; One; Five; Two; One; One; NA; One; Two; Five; Two; One; Two; One; NA; One; Two; Two; Two; Two; Four; Five; Two; One; Thr; Thr; Two; One; Thr; Two; Two; Four; One; Two; NA; One; Two; Two; One; Thr; Two; One; One; One; Two; Four; Four; One; Two; NA; Two; Four; Two; Two; One; Five; One; Two; Five; One; NA; Two; One; Two; Two; Thr; NA; Thr; Two; Two; Thr; Two; Five; One; Four; Two; Two; One; Thr; NA; Two; Two; Five; Four; Thr; Five; Four; One; Two; Four; Thr; Five; Thr; Four; Two; NA; Two; Thr; One; Two; Two; One; Two; NA; Two; One; Two; Four; Thr; One; One; NA; Thr; One; Five; One; NA; Five; Four; Two; Two; One; Four; Five; Five; One; Thr; Four; Two; NA; Four; One; One; Two; Five; Two; Thr; One; Two; Two; Two; Two; Four; One; NA; Two; Four; Two; One; Thr; NA; Two; Five; Two; Four; Five; Two; Two; Two; One; Two; Thr; One; Five; One; Two; Two; Two; Two; One; Two; Two; One; Four; Thr; Two; Two; Five; Four; Five; Two; Two; Five; Two; Five; Four; One; Five; One; Thr; Two; NA; One; Two; Two; Four; Five; Two; Five; Two; Two; Two; Four; Two; Five; Two; Two; Thr; One; NA; Two; Two; Thr; One; Five; Two; Five; Four; Two; Thr; Four; One; Two; NA; NA; Five; Four; One; Two; One; Two; Five; Thr; NA; One; One; Two; One; Five; One; Thr; Two; One; Two; One; Five; Four; Four; Two; Five; One; One; NA; One; One; Thr; One; Two; Five; One; Two; Five; One; Two; One; Thr; Two; Four; Thr; Thr; NA; Four; Two; Two; Two; Four; NA; Two; Two; Two; Five; Five; Two; Two; Four; Four; Two; Four; Two; Four; NA}.

Скопируйте и преобразуйте в столбец "А" данные выборки на новый лист Excel-файла.

Используя Excel, очистите выборку от пропусков, обозначенных как "NA", и ответьте на следующие ниже вопросы.

1. Введите объем очищенной от "NA" выборки
2. Введите количество различных вариантов ответов респондентов, встречающиеся в очищенной выборке
3. Введите количество респондентов, которые дали ответ "Four"
4. Введите долю респондентов, которые дали ответ "Four"
5. Введите левую границу 0,9-доверительного интервала для истинной доли "Five"
6. Введите правую границу 0,9-доверительного интервала для истинной доли ответов "Four"
7. Постройте на новом листе гистограмму для исходной выборки, очищенной от "NA" и выбросов.

### **Задание 3. (10 баллов)**

Условная дисперсия и формула полной дисперсии.

Подготовил: \_\_\_\_\_

На основе перечня теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, утвержденного на заседании кафедры «Математика и информатика» протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_.2026 г.



Утверждаю:  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Дата \_\_. \_\_. 2026г.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Соловьев, В. И., Анализ данных в экономике: Теория вероятностей, прикладная статистика, обработка и анализ данных в Microsoft Excel: учебник / В. И. Соловьев. - Москва: КноРус, 2025. - 497 с. - ISBN 978-5-406-13693-5. - URL: <https://book.ru/book/955517> - Режим доступа: Электронно-библиотечная система Book.ru. – Текст: электронный.

2. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями: учебник для прикладного бакалавриата / Ю. Я. Кацман. - Москва: Издательство Юрайт, 2025. - 138 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-21254-9. - URL: <https://urait.ru/bcode/569374> - Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт. - Текст: электронный.

### **Дополнительная литература:**

3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва: Издательство Юрайт, 2025. - 479 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-00211-9. - URL: <https://urait.ru/bcode/559584> - Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт. - Текст: электронный.

4. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва: Издательство Юрайт, 2025. - 406 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08389-7. - URL: <https://urait.ru/bcode/559583> - Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт. - Текст: электронный.

5. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников; под редакцией

А. М. Попова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва: Издательство Юрайт, 2025. - 425 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-18264-4. - URL: <https://urait.ru/bcode/559763> - Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт. - Текст: электронный.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
2. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniyum.com>
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
4. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://www.biblio-online.ru>
5. Электронная библиотека издательского дома «Гребенников» <https://grebennikon.ru>
6. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com>

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методика освоения дисциплины предусматривает подготовку обучающихся к лекциям, семинарам и практическим занятиям, выполнение студентами самостоятельной внеаудиторной работы, в том числе – контрольной работы.

*Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям.*

Для наиболее полного освоения дисциплины студентам необходимо:

- перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, ее основные вопросы и рекомендуемую литературу. Это позволит сэкономить время на записывание основных вопросов темы;
- перед очередной лекцией просматривать материалы предыдущих,

чтобы освоение материала не оставляло пробелов.

*Рекомендации по подготовке к семинарам, практическим занятиям.*

Студентам следует:

- проработать теоретический материал к занятию по рекомендованным литературным источникам и лекциям;
- использовать при подготовке к занятию нормативно-правовые документы, научные публикации, информационный материал, рекомендуемый преподавателем;
- перед занятиями задать вопросы по невыясненным в ходе самостоятельной подготовки темам или отдельным положениям темы;
- в ходе занятия давать четкие и исчерпывающие ответы на вопросы;
- на занятии демонстрировать понимание обсуждаемых тем и вопросов.

Студентам, пропустившим занятия по различным причинам, необходимо перед очередным занятием отработать пропущенный материал, подготовив его самостоятельно.

*Методические рекомендации по выполнению различных форм самостоятельной работы*

Студентам при организации самостоятельной работы следует руководствоваться Приказом Финансового университета № 1040/о от 11.05.2021г. «Об утверждении методических рекомендаций по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете».

Самостоятельная работа содержит в себе различные виды и формы работ. Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. По теме учебной дисциплины студентам предлагается перечень заданий для самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусмотрены следующие формы

самостоятельной работы:

- подготовка к опросу;
- выполнение заданий самостоятельной работы,
- решение практико-ориентированных задач;
- выполнение контрольной работы;
- подготовка к зачету и экзамену.

К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также должны соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- руководствоваться графиком самостоятельной работы, определенным РПД;
- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем для самостоятельного выполнения, разбирать на занятиях и консультациях неясные вопросы;
- прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные фрагменты для их обсуждения на консультации.

### **Методические рекомендации для обучающихся по выполнению контрольной работы**

Контрольная работа является обязательной формой внеаудиторной самостоятельной работы студентов по дисциплине и может реализовываться как в письменном виде, так и с использованием информационных технологий и специализированных программных продуктов.

Цель выполнения контрольной работы, содержащей комплект заданий – овладение студентами навыками решения типовых расчетных задач, формирование учебно-исследовательских навыков, закрепление умений самостоятельно работать с различными источниками информации; проверка сформированности компетенций.

Целью выполнения контрольной работы является углубление и закрепление теоретических знаний и практических навыков студентов по дисциплине.

Контрольная работа по дисциплине выполняется по вариантам.

Содержание заданий контрольных работ охватывают основной материал соответствующих разделов (тем) дисциплин. Контрольные задания разрабатываются по многовариантной системе. Варианты контрольных работ равноценны по объему и сложности.

Контрольная работа выполняется студентом под руководством преподавателя кафедры «Математика и информатика», ведущим семинарские (практические) занятия.

Контрольная работа состоит из нескольких частей. Состав контрольной работы и очередность размещения отдельных частей:

- титульный лист;
- основная часть;
- список использованных источников;
- приложения (при наличии).

Титульный лист является первой страницей и заполняется по определенным правилам.

Основная часть выполняется согласно заданиям (вопросам) контрольных работ.

В список использованных источников включаются названия законодательных актов, нормативных документов, книг, статей, учебных пособий и т. п., которые, так или иначе, использовались студентом при выполнении работы.

В Приложения выносятся вспомогательные материалы, которые не содержат основную информацию, либо материалы, которые сложно разместить по тексту работы (большие схемы, таблицы, графические материалы, расчетные справочные данные, образцы первичных документов и т.п.). Непременным условием включения данных материалов в

приложение является ссылка на них в тексте работы.

Требования к выполнению контрольной работы:

- четкость и последовательность изложения материала (решения) в соответствии с составленным планом;
- наличие обобщений и выводов, сделанных на основе изучения информационных источников по данной теме;
- предоставление в полном объеме решений имеющихся в задании практических задач;
- использование современных способов поиска, обработки и анализа информации;
- самостоятельность выполнения.

Требования к оформлению контрольной работы.

Контрольная работа выполняется на компьютере (гарнитура Times New Roman, шрифт 13 или 14) через 1-1,5 интервала с полями: верхнее, нижнее - 2; правое - 3; левое - 1,5. Отступ первой строки абзаца - 1,25. Нумерация страниц – внизу в центре.

Иллюстративный материал (схемы, диаграммы, рисунки, таблицы и др.) встраивается в текст работы или выносится в Приложения.

При написании допускаются только общепринятые сокращения (например, тыс. руб.).

В тексте обязательны ссылки на литературные источники, лучше всего постраничные.

Объем контрольной работы составляет не более 6 страниц, не включая таблиц, графиков и т.п. (при наличии).

Законченная контрольная работа, содержащая все требуемые элементы оформления, вставленная в папку (или файл) и скрепленная по левому краю, сдается на кафедру или непосредственно руководителю контрольной работы – преподавателю; ведущему семинарские (практические) занятия по дисциплине. Он осуществляет проверку контрольной работы, а также оказывает помощь при подготовке к ее защите.

Контрольная работа защищается в назначенные сроки. Защита работы проводится до начала сессии (в крайнем случае, до начала экзамена по соответствующему предмету). При защите студент кратко излагает основные положения работы, последовательность ее выполнения, свои предложения.

При защите работы студент должен свободно ориентироваться в изложенном материале работы; ответить на все замечания преподавателя; уметь отвечать на вопросы преподавателя по выполненной работе.

Оценка контрольных работ студентов проводится в процессе текущего контроля успеваемости студентов.

### **Критерии оценки контрольной работы**

Оценка «отлично» (5-6 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов контрольной работы /и/или умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

Оценка «хорошо» (3-4 балла) выставляется студенту, если он твердо знает материал контрольной работы, грамотно и по существу излагает его /и/или умеет применять полученные знания на практике при решении конкретных задач, но допускает некоторые неточности.

Оценка «удовлетворительно» (2 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, обнаружившему нарушения логической последовательности в изложении материала, но при этом владеющему основными вопросами, выносимыми на контрольную работу и необходимыми для дальнейшего обучения /и/или умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценки «неудовлетворительно» (0 баллов) заслуживает студент, который не знает большей части основного содержания выносимых на контрольную работу вопросов, тем дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий /и/или не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

При оценивании контрольной работы на «неудовлетворительно» она должна быть переделана (исправлена) в соответствии с полученными замечаниями, сдана на проверку заново и защищена не позднее срока окончания ее приёма и защиты.

Оценка результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с Балльно-рейтинговой системой Финансового университета (Приказ Финансового университета № 2187/о от 01.10.2024 г. «Об утверждении Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов, обучающихся по образовательным программам высшего образования в Финансовом университете»).

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

### **11.1 Комплект лицензионного программного обеспечения**

- 1) Антивирусная защита Kaspersky Security для виртуальных и облачных сред;
- 2) Windows, Microsoft Office или Astra Linux, Libre Office.

### **11.2 Современные профессиональные базы данных, и информационные справочные системы**

1. Информационно-правовая система «Гарант»: <https://www.garant.ru>
2. Электронная энциклопедия: <https://ru.wikipedia.org/wiki/>
3. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <https://skrin.ru>
4. Современная реляционная СУБД, например, PostgreSQL.



5. Приложение, позволяющее строить ER-диаграммы, например, draw.io.

### **11.3 Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации**

Не используются

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения

Аудитория № 35

#### Специализированная мебель:

Стол (учительский) – 1 шт.

Стол компьютерный – 1 шт.

Стол (студенческий) двухместный – 13 шт.

Стулья – 27 шт.

Доска меловая – 1 шт.

#### Технические средства обучения:

Компьютер в сборе – 1 шт.

Экран настенный – 1 шт.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду Финансового университета

Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения:

Аудитория № 56

Специализированная мебель:

Стол компьютерный – 20 шт.

Стол (двухместный) – 6 шт.

Стул – 31 шт.

Шкаф – 1 шт.

Доска настенная маркерная – 1 шт.

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе – 20 шт.

Мультимедиа-проектор – 1 шт.

Экран настенный – 1 шт.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду Финансового университета

Помещение для самостоятельной работы обучающихся

Кабинет № 55. Читальный зал

Специализированная мебель:

Стол – 20 шт.

Стул – 40 шт.

Шкаф для книг – 4 шт.

Стеллаж книжный – 13 шт.

Стеллаж выставочный – 4 шт.

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе – 6 шт.

Телевизор – 1 шт.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Финансового университета